

# 비대칭 보 실험

실험 조교 : 안기웅

E-mail : keewoong1@gmail.com

레포트 제출 장소 : 종합실험동 107호

※ USB 지참

## 1. 실험 목적

- 1) 비대칭 단면을 갖는 캔틸레버 보(Cantilever beam)에 하중을 가했을 때 처짐을 측정하고, 계산을 통해 얻은 이론값과 비교한다.
- 2) 실험 원리를 이용하여 캔틸레버 보의 설계 방법을 이해할 수 있도록 한다.

## 2. 실험 이론

### 1) 캔틸레버 보(Cantilever beam)

캔틸레버 보의 지지 형태 중 고정단(Fixed end)과 자유단(Free end)을 가지고 있으며, 자유단에서 하중을 가했을 때 고정단에서는 수평반력, 수직반력, 반력 모멘트 세 가지의 반력이 작용한다.

캔틸레버 보의 자유단 쪽에서 가한 하중에 의해 모멘트가 발생하고 모멘트에 의한 처짐을 휨 공식을 통해 계산할 수 있다.

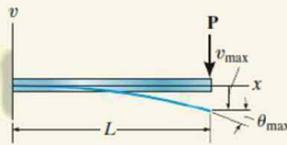
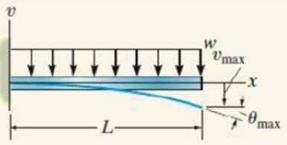
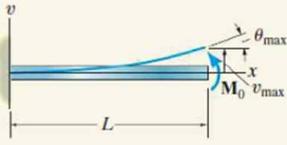
Cantilevered Beam Slopes and Deflections			
Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI} (3L - x)$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{\max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI} (x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{M_0L}{EI}$	$v_{\max} = \frac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0x^2}{2EI}$

Figure 1. 캔틸레버 보의 대표적인 사례 및 처짐

2) 처짐량

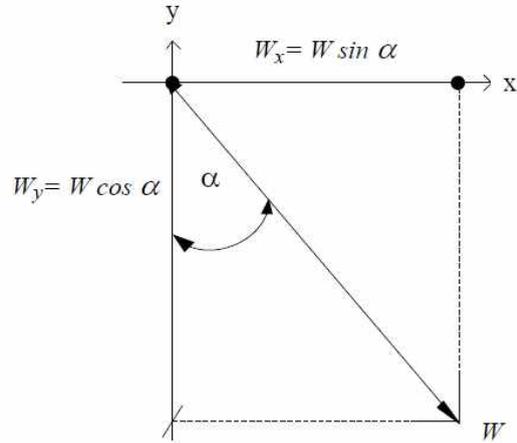


Figure 2. 캔틸레버 보에 가해지는 하중의 방향

캔틸레버 보에 가해지는 하중  $W$ 가  $y$ 축으로부터 각도  $\alpha$ 의 방향으로 작용할 때,  $x$ 축 방향 처짐  $V_x$ 와  $y$ 축 방향 처짐  $V_y$ 는 다음과 같다.

$$V_x = \frac{WL^3 \sin \alpha}{3EI_y} \quad (1)$$

$$V_y = \frac{WL^3 \cos \alpha}{3EI_x} \quad (2)$$

이 때,  $L$ 은 보의 유효길이,  $E$ 는 보에 사용된 재료의 탄성계수(Modulus of elasticity, Young's modulus),  $I$  ( $I_x$ ,  $I_y$ )는  $x$ ,  $y$  방향 각각의 2차 관성 모멘트이다.

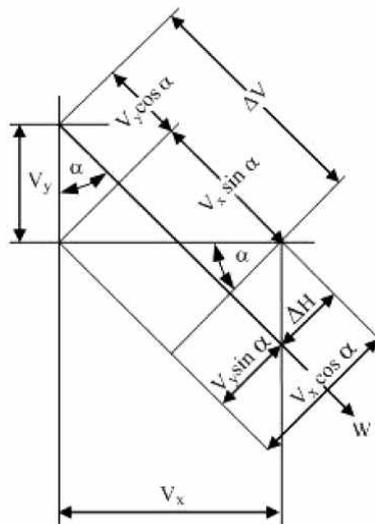


Figure 3. 하중 방향에 대한 처짐

실제 처짐은 하중 방향으로 발생하므로, x, y 방향 처짐을 하중이 가해진 방향( $\Delta V$ )과 그에 수직인 방향( $\Delta H$ )의 처짐으로 변환하면 다음과 같다.

$$\Delta V = V_x \sin \alpha + V_y \cos \alpha \quad (3)$$

$$\Delta H = V_x \cos \alpha - V_y \sin \alpha \quad (4)$$

(1), (2)식을 (3), (4)식에 각각 대입하면  $\Delta V$ ,  $\Delta H$ 를 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{WL^3}{3E} \left( \frac{\cos^2 \alpha}{I_x} + \frac{\sin^2 \alpha}{I_y} \right) \\ &= \frac{WL^3}{6E} \left\{ \left( \frac{1}{I_x} + \frac{1}{I_y} \right) + \cos 2\alpha \left( \frac{1}{I_x} - \frac{1}{I_y} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta H &= \frac{WL^3}{3E} \left( \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{I_y} - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{I_x} \right) \\ &= \frac{WL^3}{6E} \left\{ \sin 2\alpha \left( \frac{1}{I_y} - \frac{1}{I_x} \right) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

### 3) Mohr's circle

처짐에 대한 모어 서클을 이용하여  $\frac{\Delta V}{W}$ ,  $\frac{\Delta H}{W}$ 을 Figure 4와 같이 해석이 가능하다.

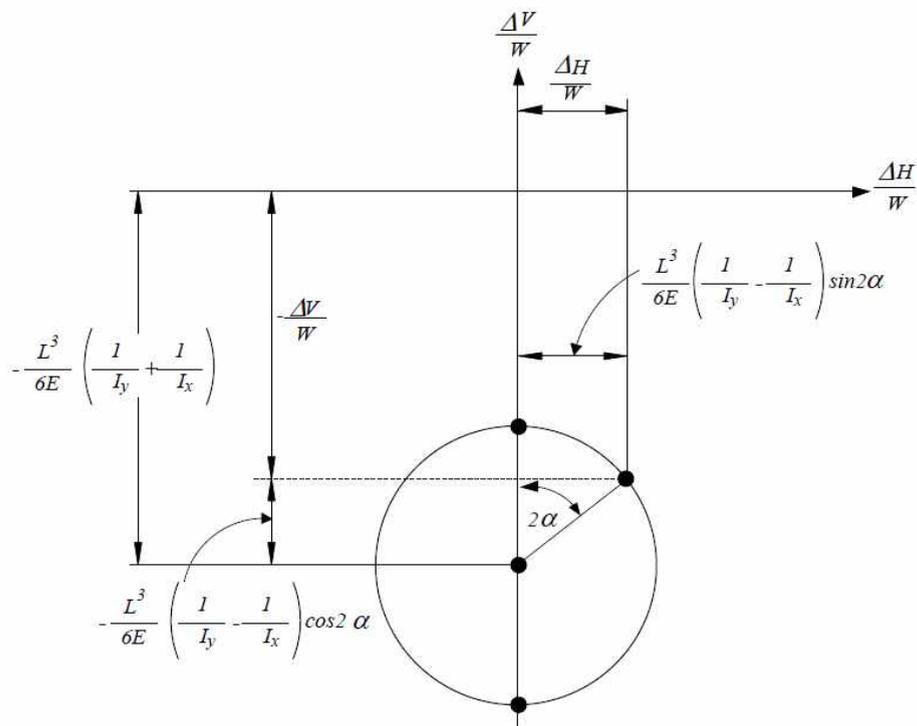


Figure 4. 처짐에 대한 모어 서클

### 3. 실험장치 및 준비물

#### 1) 비대칭 보 실험 장비

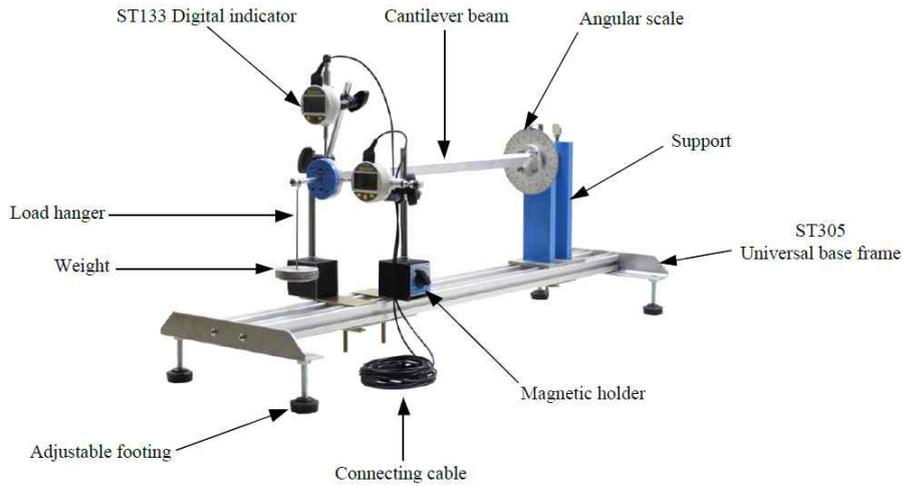


Figure 5. 비대칭 보 실험 모듈

#### 2) Specimen

보는 Rectangular, Angle('ㄴ' 형), Channel('ㄷ' 형) 세 가지 단면을 사용하며, 유효 길이 (L)는 고정단(Fixed end) 위치부터 하중이 가해진 위치까지 거리(530 mm)로 정의한다.

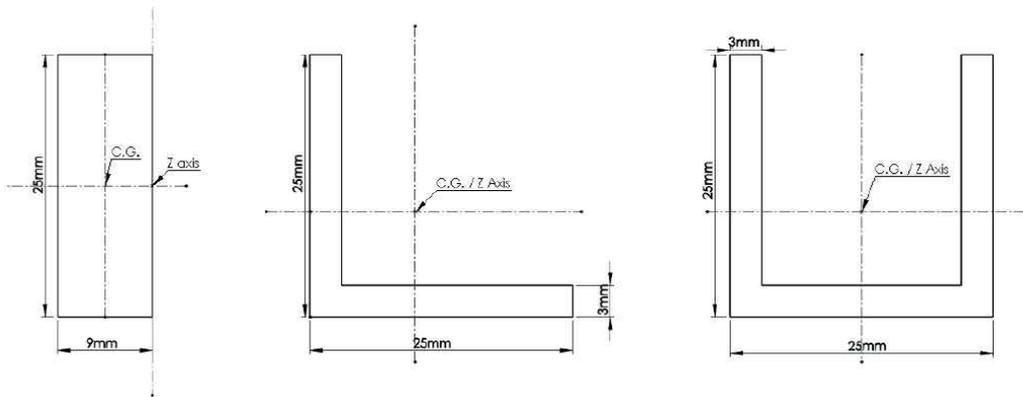


Figure 6. 캔틸레버 보의 단면 종류

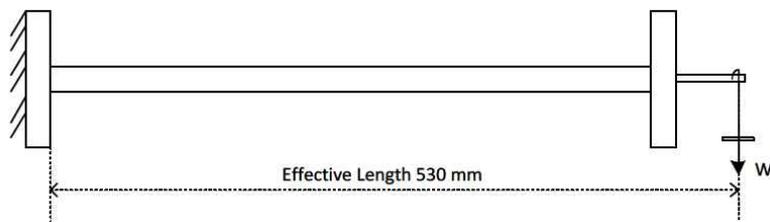


Figure 7. 보의 유효길이

### 3) 실험 조건

Table 1. Condition of experiment

항목		수치	
유효길이		$L$ [mm]	530
2차 관성 모멘트	Rectangular section	$I_x$ [mm <sup>4</sup> ]	11718.75
		$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	1518.75
	Angle section ('ㄴ' 형)	$I_x$ [mm <sup>4</sup> ]	8203.62
		$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	8203.62
	Channel section ('ㄷ' 형)	$I_x$ [mm <sup>4</sup> ]	12853.08
		$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	19977.25
탄성계수(알루미늄)		$E$ [N/mm <sup>2</sup> ]	70000

### 4. 실험 방법

- ① 캔틸레버 보의 단면을 4개의 볼트를 이용하여 각도기에 부착한다.
- ② 각도기의 Indicator를 0점으로 세팅한다. 보의 각도 변경은 각도기 뒤의 Lock bolt를 느슨하게 조정 후 맞춘다.
- ③ 두 디지털 변위계를 각각 보의 표면에 수직/수평하게 맞닿도록 장착한다.
- ④ 디지털 변위계를 0점으로 세팅한다.
- ⑤ Hanger에 5N 추를 올려놓고 그 때의 변위값을 기록한다.
- ⑥ 보의 각도를 30° 증가 시킨 후 ⑤의 단계를 반복한다.
- ⑦ ⑤~⑥ 단계를 30° 씩, 180° 까지 보의 각도를 변경하면서 반복한다.
- ⑧ ⑤~⑥ 단계를 9N의 추로 변경하여 반복한다.
- ⑨ ①~⑧ 단계를 캔틸레버 보의 단면을 교체한 후 반복한다.

### 5. 실험 시 유의사항

- ① Hanger에 추를 올리기 전 디지털 변위계의 0점 세팅을 한다.
- ② 추를 올릴 때 가능한 조심히 올린다.
- ③ 보의 각도 고정 시, Lock bolt로 고정하는 힘에 의해 각도가 변하지 않도록 주의한다.

## 6. 실험 결과

### 1) Rectangular section

Table 2. Experiment result - Rectangular section

Weight $W$ (N)	Angle $\alpha$ (°)	Displacement	
		$\Delta V$ (mm)	$\Delta H$ (mm)
5	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		
9	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		

### 2) Angle section

Table 3. Experiment result - Angle section

Weight $W$ (N)	Angle $\alpha$ (°)	Displacement	
		$\Delta V$ (mm)	$\Delta H$ (mm)
5	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		
9	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		

3) Channel section

Table 4. Experiment result - Channel section

Weight $W$ (N)	Angle $\alpha$ (°)	Displacement	
		$\Delta V$ (mm)	$\Delta H$ (mm)
5	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		
9	0		
	30		
	60		
	90		
	120		
	150		
	180		

7. 결론 및 고찰

- ① 이론적인 처짐 계산
- ② 실험값과 이론값 비교 그래프 및 오차 계산(그래프의 퀄리티 평가)
- ③ 실험값의 오차 이유

8. 보고서 작성 과제

- 1) 평면에서의 회전행렬을 유도하시오. 그 회전행렬을 이용하여 식 (1) ~ (6)을 다시 정리하고, 그 내용을 실험 이론에 작성하시오.
- 2) Figure. 4의 모어 서클에 해당하는 좌표 변환 식을 식 (5), (6)을 이용하여 유도하시오. 유도한 식에서 원의 중심 좌표와 원의 반지름을 표시하시오.

[보고서 작성 요령 및 제출 시 주의 사항]

1) 참고문헌

- ▶ 보고서 작성 시 참고한 문헌이나 Internet site는 참고문헌에 모두 표기하시오.
- ▶ 참고문헌은 되도록 영문으로 작성하시오. 또한 해당하는 내용에 숫자로 해당 참고문헌을 기재하시오. Fig 참고 시에는 Fig의 Title뒤에 기재하시오(미기재시 삽입하지 않은 것으로 간주). 예) 같은 해 Franco 등[6]과 Paul 등[7]은 레이저 적층 제조 기술 중 하나인 선택적 레이저 소결 기술의 에너지 소비에 대한 연구와 에너지 분석

및 최적화에 관한 연구를 진행하였다.

- ▶ 참고문헌은 저자명, 제목명, 출판사, 인용페이지, 출판년도 순으로 작성하시오. 예) J. J. Craig, Introduction to robotics: mechanics and control, 3rd edition, Pearson Education, Inc, pp. 169-174, 2005.
- ▶ 정기간행물인 경우 저자명, 제목명, 잡지명, 권호번호, 인용페이지, 출판년도 순으로 작성하시오. 예) Z. Yang, E. Red, On-line Cartesian trajectory control of mechanisms along complex curves, Robotica, 263-274, 1997.
- ▶ 홈페이지 인용 시 회사이름, (URL, 액세스 날짜)로 작성하시오. 예) FANUC corporation(<https://www.fanuc.co.jp/en/profile/production/factory1.html>, accessed 2019-04-21)

## 2) 실험 요약 및 고찰

- ▶ 실험 요약은 실험의 목적과 결과의 개요가 아닌 초록(abstract)과 결과의 개요를 항목으로하여 작성하시오.

## 3) 레포트 제출

- ▶ 레포트는 실험날짜로부터 일주일 후의 자정까지 E-mail 제출, 그 다음날 오후 6시 이전까지 인쇄하여 제출하시오(월요일에 실험을 한 경우, 일요일 자정까지 E-mail 제출, 월요일 오후 6시이전까지 인쇄물 제출).
- ▶ E-mail 제목 및 파일명을 준수하시오(비대칭보\_A반1조\_32142585\_안기웅).
- ▶ 제출 장소 : 종합실험동 107호