

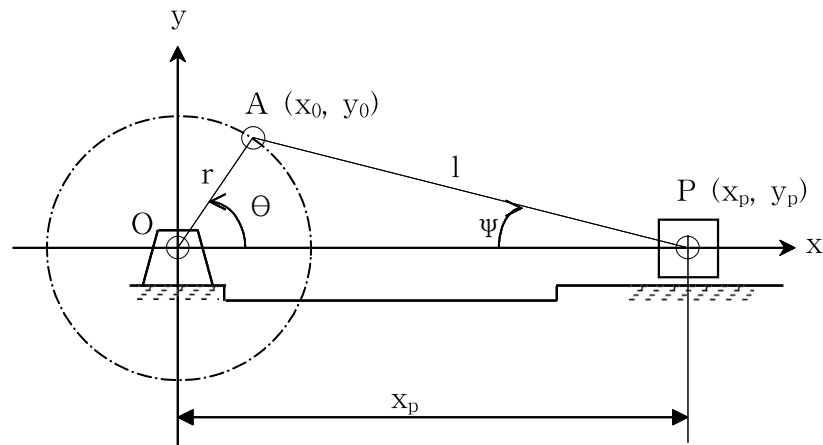
< Crank Vibration >

1. 실험목표

Crank-Piston 운동은 회전운동을 직선 왕복운동으로 전환시켜주는 장치로서 자동차, 스팀엔진 압축기 등외에도 기계분야의 여러 곳에 쓰이고 있다. 본 실험을 통하여 왕복운동과 회전운동이 공존할 때에 진동의 형태를 측정해 보고 추의 무게를 변화시켜 가면서 추의 무게가 진동에 미치는 영향을 알아본다. 또한 더 나아가 진동의 원인에 대하여 알아보고 진동의 영향 및 해결방법에 대해 고찰해 본다.

2. 실험이론

- 크랭크와 피스톤의 운동



A (x_0, y_0) 점에서 크랭크 핀이 각속도 ω 로 일정하게 회전운동을 하면 길이 l 의 커넥팅 로드(Connecting Rod)에 연결된 P (x_p, y_p) 점의 피스톤은 1자유도의 왕복운동을 하게 된다. 크랭크의 반경을 r 이라 하고 커넥팅 로드와 크랭크 핀이 이루는 각을 θ , 피스톤과 이루는 각을 ψ 라고 한다면 피스톤의 변위량 x_p 와의 관계식은

$$x_p = r \cos \theta + l \cos \psi$$

$$r \sin \theta = l \sin \psi$$

$\lambda = \frac{r}{l}$ 라 가정하고 ψ 를 소거하면

$$x_p = r \left(\cos \theta + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta} \right)$$

λ 의 값은 보통 1보다 작은 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{4}$ 의 값을 가진다. 고차항을 소거하여 정리하면

$$x_p = r \left\{ \cos \theta + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \theta \right) \right\}$$

$\sin^2 \theta = \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2}$ 을 대입하면

$$x_p = l \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} \right) + r \cos \Theta + \frac{\lambda}{4} r \cos 2\Theta$$

$\Theta = \omega t$ 를 대입하면

$$x_p = l \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} \right) + r \cos \omega t + \frac{\lambda}{4} r \cos 2\omega t$$

y_p 점은 일정속도로 왕복운동을 한다. P점에서의 가속도를 구하면

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p &= -r\omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t) \\ \ddot{y}_p &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

또한 A점에서의 변위량의 관계식은

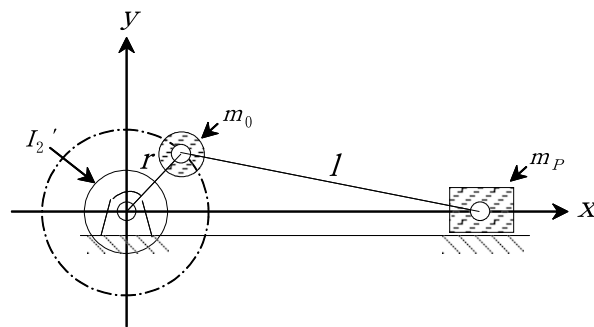
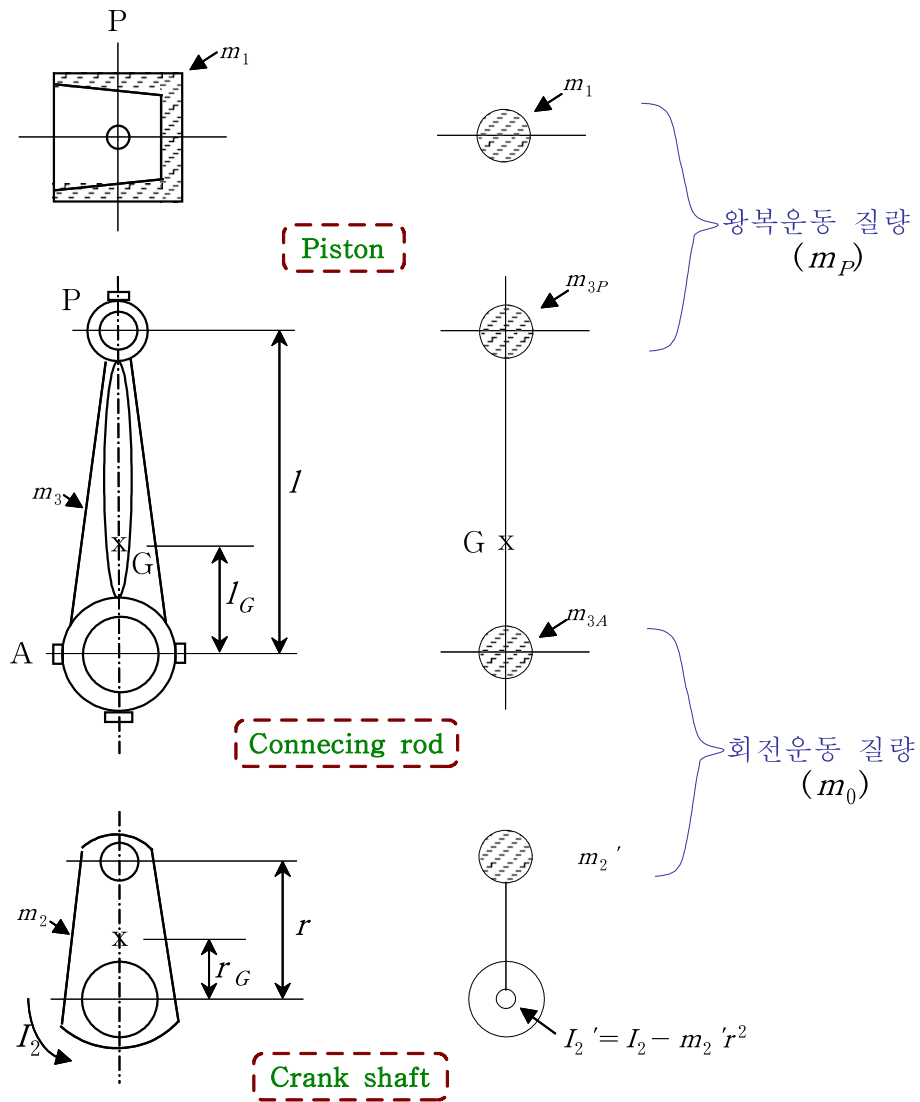
$$\begin{aligned} x_0 &= r \cos \omega t \\ y_0 &= r \sin \omega t \end{aligned}$$

따라서 A점 각 방향의 가속도는

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0 &= -r\omega^2 \cos \omega t \\ \ddot{y}_0 &= -r\omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

- 동역학적 모델과 관성력

피스톤 크랭크에 작용하는 관성력은 크랭크의 회전토크를 발생시킨다. 또한 이로 인해 베어링이나 다른 부분에 영향을 주어 진동을 일으킨다. 관성력은 크랭크의 왕복운동과 회전운동으로 인해 발생하게 된다. 따라서 이것은 점 P와 점 A에서의 집중질량의 영향을 받는다고 볼 수 있다.



[각 부분의 집중질량]

l_G : 커넥팅로드의 무게중심
 r_G : 크랭크축의 무게중심
 m_P : 왕복운동의 질량:
 m_0 : 회전운동의 질량

점 P와 A에서의 집중질량

$$m_P = m_1 + m_{3P} = m_1 + m_3 \left(\frac{l_G}{l} \right)$$

$$m_0 = m_2' + m_{3A} = m_2 \left(\frac{r_G}{r} \right) + m_3 \left(1 - \frac{l_G}{l} \right) \quad (3)$$

왕복 운동하는 질량에 대한 관성력을 구한다. 위의 1 식으로부터

$$F_{px} = -m_p \ddot{x}_p = m_p r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t)$$

$$F_{py} = -m_p \ddot{y}_p = 0$$

회전 운동하는 질량에 대한 관성력을 구한다. 위의 2 식으로부터

$$F_{0x} = -m_0 \ddot{x}_0 = m_0 r \omega^2 \cos \omega t$$

$$F_{0y} = -m_0 \ddot{y}_0 = m_0 r \omega^2 \sin \omega t$$

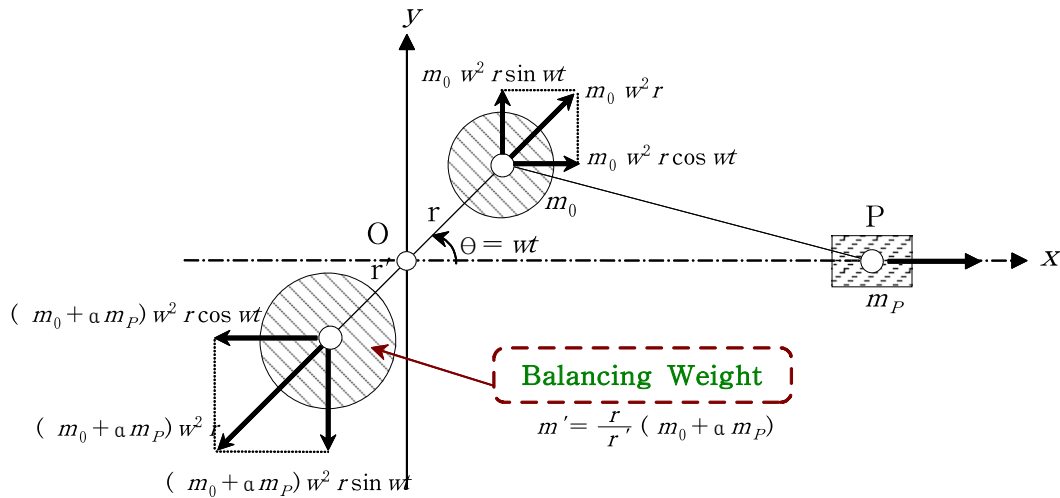
두 운동의 x방향과 y방향의 성분끼리 합하여 정리하면 각 방향의 총 관성력을 구할 수 있다.

$$F_x = F_{px} + F_{0x} = (m_p + m_0) r \omega^2 \cos \omega t$$

$$F_y = F_{py} + F_{0y} = m_0 r \omega^2 \sin \omega t \quad (4)$$

- 관성력의 평형

위 식에서 알 수 있듯이 F_x 의 값과 F_y 의 값은 동일하지 않기에 관성력은 평형을 이루지 못한다. 따라서 질량 m_0 의 반대방향으로 편심질량을 가한다.



위 그림에서 모멘트의 관계를 살펴보면

$$(m r)' = m_0 r + a m_p r = (m_0 + a m_p) r \quad (5)$$

가 된다. 이때 평형 관성모멘트 a 값의 범위는 $0 \leq a \leq 1$ 이 된다.

만약 a 의 값이 0이면 y 축 방향으로의 관성모멘트가 되고 a 의 값이 1이면 x 축 방향으로의 관성모멘트가 된다.

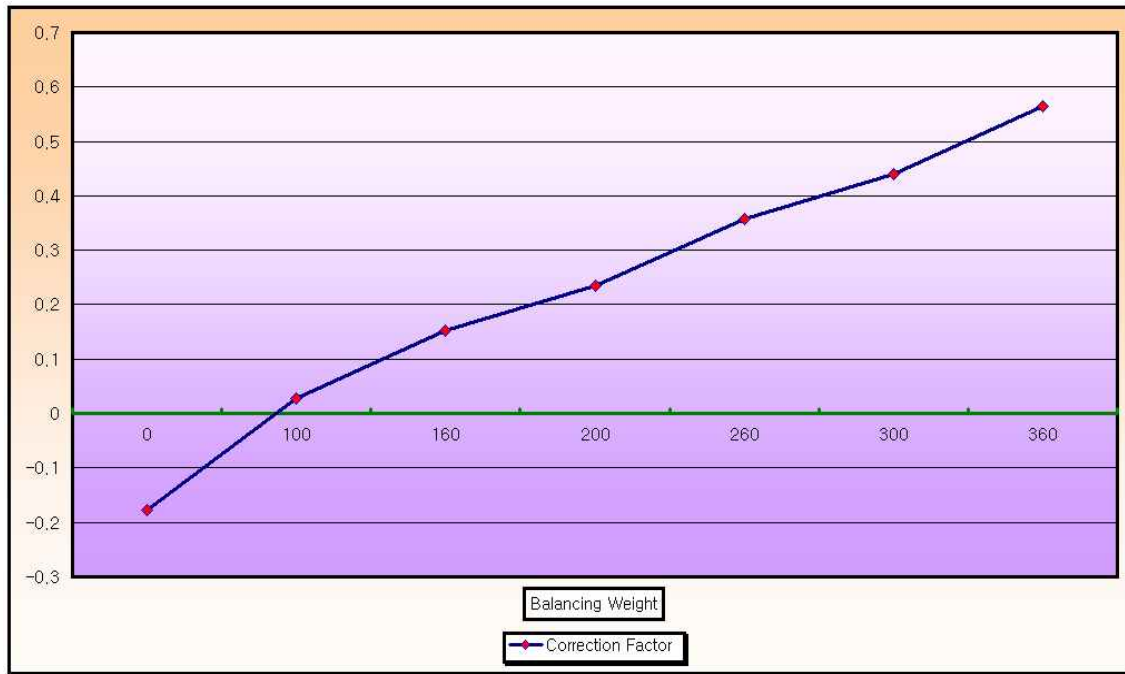
최종적으로 각 방향으로의 성분을 모두 더하면 평형상태에서의 관성력이 구해진다.

$$F_x' = (1 - a) m_p r \omega^2 \cos(-\omega t)$$

$$F_y' = a m_p r \omega^2 \sin(-\omega t)$$

삼각함수의 공식을 이용하여 위 식을 정리하면

$$\left\{ \frac{F_x'}{(1 - a) m_p r \omega^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{F_y'}{a m_p r \omega^2} \right\}^2 = 1$$



(예시) [평형질량에 따른 α 값의 변화량]

4. 실험결과

실험 Data-1

(회전속도 = rpm)

Balancing Weight (g)	Correction Factor (α)	Approximate Width of vibration on lead A (mm)		Observation results of lead B	Feature of vibration Characteristics
		x direction	y direction		

실험 Data-2

mass(g)	0	m1	m2	m3
frequency(w, rpm)				

- 보고서에 반드시 포함할 내용

- ① 실험결과 데이터 및 분석/고찰내용
- ② 고유주파수와 공진주파수에 대한 설명과 관계(크랭크-피스톤 운동관점)
- ③ 내연기관에서 진동을 감소시킬 수 있는 방안제시

※ 참 고

- 보고서는 반드시 조 편성 시 받은 hand-out을 기초로 하고 결과 및 고찰을 꼭 포함시킬 것.
 - 채점기준 : hand-out을 기초로 함
 - 보고서 제출 기한 : 실험 후 1주일 이내(1공학관 520호)
 - E-mail 제출 : jh2102@naver.com (배종혁)
- (E-mail 제목, 파일명 동일하게 보낼 것)
- * 파일명 예시 - Crank Vibration_A반1조_32121234_홍길동.hwp(.doc)