

# < 감쇠비 측정 >

실험 장소 : 제1공학관 519호

담당조교 : 조예현

(제1공학관 503호 - opti417@naver.com)

조별로 USB 지참

## 1. 실험 목적

스프링과 댐핑이 있는 시스템에서 자유진동 하에 측정된 가속도 값을 측정한다. 측정된 가속도 값을 Fast fourier transform을 통해 고유진동수를 구하고 이를 이론값과 차이를 비교한다. 또한 가속도 값으로부터 변위를 구하여 감쇠비를 구한다.

## 2. 실험 이론

### 2.1 고유진동수 식

감쇠가 없는 1자유도 시스템의 스프링 질량 시스템의 자유진동을 고려하면 뉴턴의 힘의 평형 법칙에 의해 다음과 같은 식이 된다.  $m$ 이 있는 항은 질량에 의한 힘이고  $k$ 가 있는 항은 스프링에 의해 발생하는 힘이다.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (1)$$

스프링의 운동은 주기적으로 볼 수 있으며 해를 다음과 같이 추측할 수 있다.

$$x(t) = B\sin(w_n t + \theta) \quad (2)$$

$x$ 는 변위이고  $B$ 는 진폭  $w_n$ 은 시스템의 고유진동수이다.  $\theta$ 는 초기 값에 의해 결정되거나 초기 값을 결정하는 위상이다.

(2)식을 (1)식에 대입하면

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{로 고유진동수를 구할 수 있다.}^1$$

감쇠가 있는 자유진동 시스템은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (3)$$

부족감쇠 해를 구하면 다음과 같다.

$$x(t) = Ce^{-\zeta w_n t} \sin(w_d t + \theta) \quad (4)$$

스프링 - 질량 시스템과 유사하나  $e^{-\zeta w_n t}$  과 같이 감쇠항이 있고 주기가 고유진동수가 아닌  $w_d = w_n \sqrt{1-\zeta^2}$  와 같이 감쇠고유진동수가 감쇠비와 관련된 항으로 나타난다.<sup>2</sup>

## 2.2 푸리에 변환

주기함수를 사인과 코사인 함수로 표현하기 위해 설계된 급수를 푸리에 급수라 한다. Taylor 급수와 달리 불연속 주기함수를 급수로 전개가 가능하다.<sup>4</sup> 이를 비주기적인 현상에 대하여 적용하기 위하여 푸리에 변환의 개념이 사용되었다. 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$X(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-jw t} dt \quad (8)^5$$

Discrete - time signal에 대해서는 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n} \quad (9)^5$$

## 2.3 감쇠비 측정<sup>3</sup>

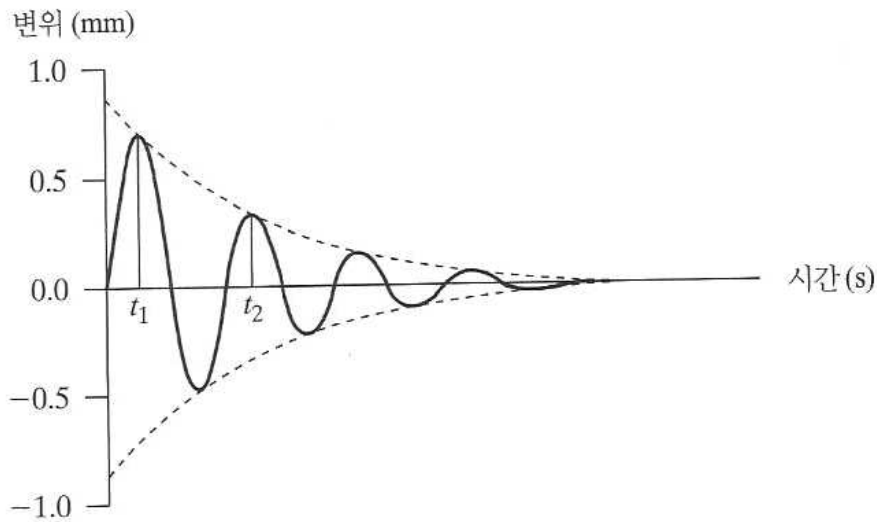


Fig. 1 대수감소율

대수 감소율의 개념으로부터 감쇠비  $\zeta$ 를 구할 수 있다. 대수 감소율은 다음과 같이 정의된다.

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} \quad (5)$$

$x$ 는 감쇠가 있는 시스템의 변위이고  $T$ 는 시스템의 주기이다.

식 (4)를 대입하면  $\delta = \zeta w_n T$  로 정리된다.

주기는 다음과 같은 식으로 표현이 가능하다.

$$T = \frac{2\pi}{w_d} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (6)$$

이를 감쇠비  $\zeta$ 에 대해 정리할 수 있다.

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (7)$$

### 3. 실험 장치

다음은 실험장치의 개략도이다.

질량 m [kg]	탄성계수 k [N/m]
2.1	51.8

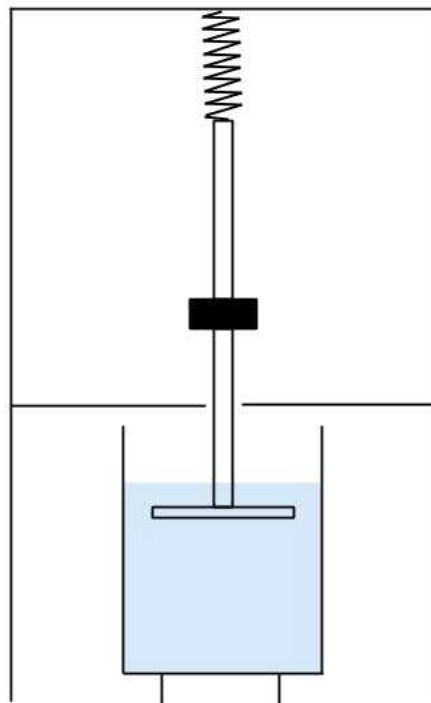


Fig. 2 실험장치

### 4. 실험 방법

- (1) 추를 이용하여 전체 질량을 조절한다.
- (2) 원판의 지름을 통해 감쇠의 크기를 조절한다.
- (3) 원판을 축 방향 아래쪽으로 20 cm 만큼 이동시킨다.
- (4) 외력을 제거하고 질량의 가속도 값을 10ms 마다 측정한다.
- (5) 원판의 크기를 바꿔가며 실험을 반복한다.

## 5. 실험 결과

원판의지름 [mm]	고유진동수 $w_n$ [rad/s]	FFT 공진주파수 $w_d$ [rad/s]	대수감소율 $\delta$	FFT 감쇠비 $\zeta$	대수감소율 감쇠비 $\zeta$
0					
50					
75					

## 6. 결론

### (1) 제출할 결과물

- ① 각 system의 FFT 그래프
- ② FFT의 결과를 이용한 시스템들의 변위-시간 그래프
- ③ 데이터 값(curve fitting)을 이용한 변위-시간 그래프
- ④ 계산되어진 감쇠비들의 차이의 원인

## 7. 고찰

## 8. 참고문헌

- 1) Daniel J. Inman, “최신기계진동학(제4판)”, PEARSON, pp. 18-25, 2015.
- 2) Daniel J. Inman, “최신기계진동학(제4판)”, PEARSON, pp. 54-56, 2015.
- 3) Daniel J. Inman, “최신기계진동학(제4판)”, PEARSON, pp. 66, 2015.
- 4) Erwin Kreyszig, “KREYSZIG 공업수학 개정 10판 (下)”, WILEY, pp. 3, 2012.

### ※ 레포트 제출 시 유의사항

보고서 : 1공학관 503호

E-mail : opti417@naver.com

메일제목 및 파일 제목 : 감쇠비측정\_A반1조\_32130000\_홍길동