

<b>비대칭 휨과 전단중심</b> <b>Unsymmetrical Bending and Shear Centre</b>	담당조교	박 재 승
	제출장소	종합실험동 107호
	E-mail	mtclpark@gmail.com

✓ USB 반드시 지참

### 1. 실험 목적

- 가) 비대칭 단면을 갖는 부재의 거동을 실험을 통해 알아본다
- 나) 비대칭 단면을 갖는 부재의 전단 중심을 찾아본다

### 2. 실험 종류

- 가) 비대칭 단면을 갖는 부재의 휨 거동 측정 실험
- 나) 단면형상에 따른 전단 중심의 위치 예측 실험

### 3. 실험 장비 구성

- 가) STR 7 비대칭 휨 및 전단 중심 모듈
- 나) 디지털 변위계(2EA)

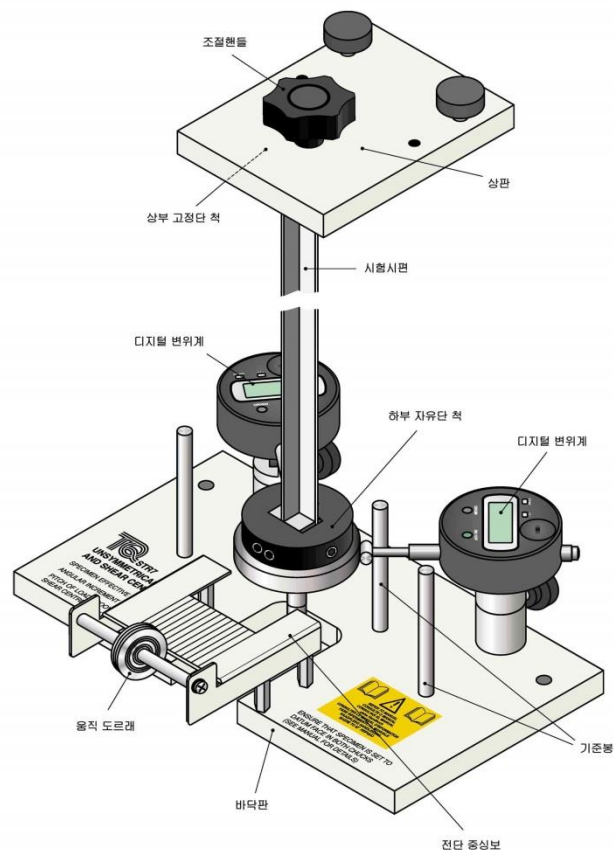


Figure 1 비대칭 휨과 전단 중심 모듈

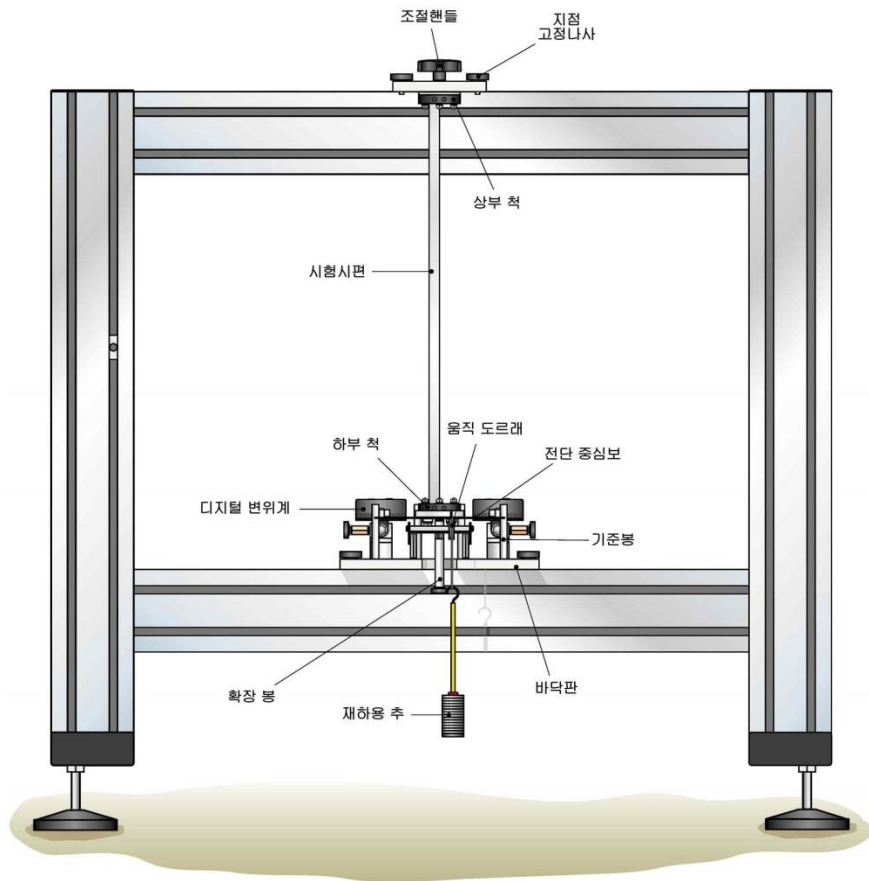


Figure 2 설치된 비대칭 힘과 전단 중심 모듈

#### 4. 실험 방법 (실험1 - 비대칭 힘)

아래의 그림은 자유로운 끝에 하중이 적용되는 캔틸레버(Cantilever)를 나타낸다. 해당 캔틸레버에는 기준 축 X, Y 가 2개 있으며, 순수하게 휨 모멘트만 발생한다. 보의 기준 축 하나에 대한 모멘트가 작용한다면, 보는 처질 것이며 휨 공식에 대해 처짐량 계산이 가능할 것이다.

각 축 모서리의 모멘트는 두 축에 대한 휨모멘트가 되며, 자유단에서는 당기는 방향(U), 오른쪽 각도(V) 직각방향의 두 가지 처짐으로 생각할 수 있다. 각 방향으로의 처짐량 계산을 통해 기준 축에 필요한 분력모멘트를 계산할 수 있다.

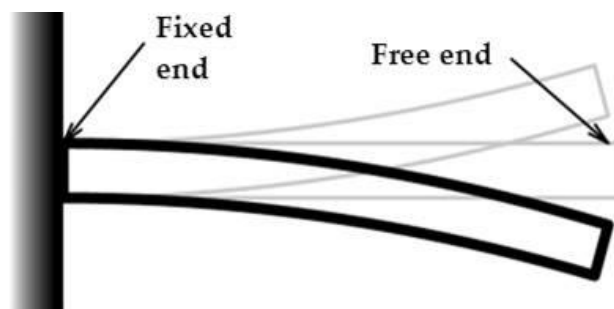


Figure 3 캔틸레버(Cantilever)

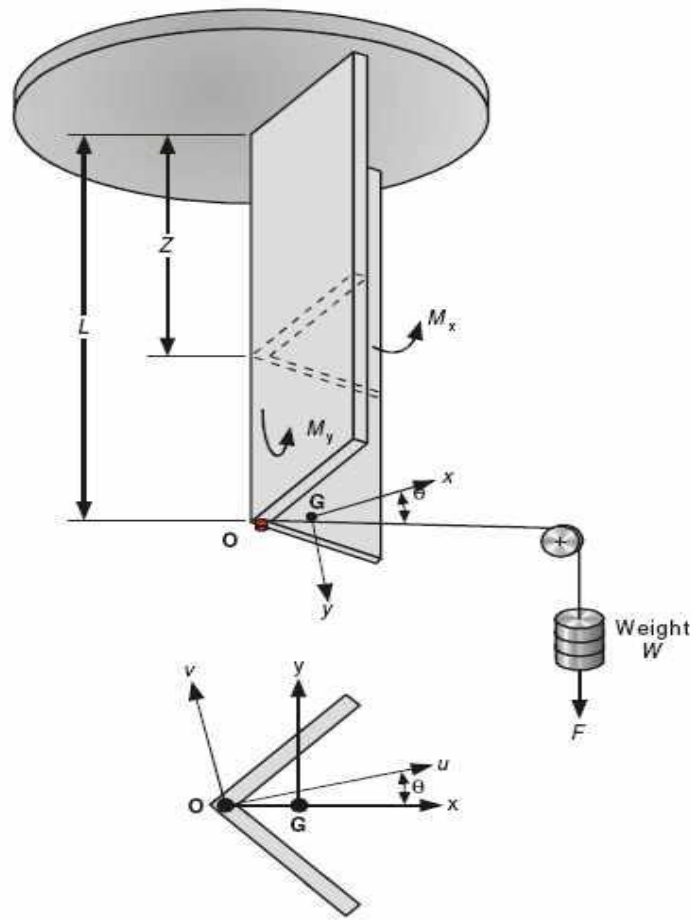


Figure 4 자유단 끝에 하중이 적용된 캔틸레버

U, V 방향의 처짐에 대한 단면 2차 모멘트는 아래의 관계를 가진다.

$$U = \frac{FL^3}{6E} \left\{ \left( \frac{1}{I_x} + \frac{1}{I_y} \right) + \cos 2\theta \left\{ \left( \frac{1}{I_x} - \frac{1}{I_y} \right) \right\} \right\}$$

$$V = \frac{FL^3}{6E} \sin 2\theta \left( \frac{1}{I_x} - \frac{1}{I_y} \right)$$

$L$  = 유효길이 (0.47 m)

$E$  = Young's modulus (69 Gpa, Aluminium)

$U$  = U 방향의 처짐 (m)

$V$  = V 방향의 처짐 (m)

$\theta$  = 인장각도(Deg)

$I_x, I_y$  = 단면 2차 모멘트 ( $m^4$ )

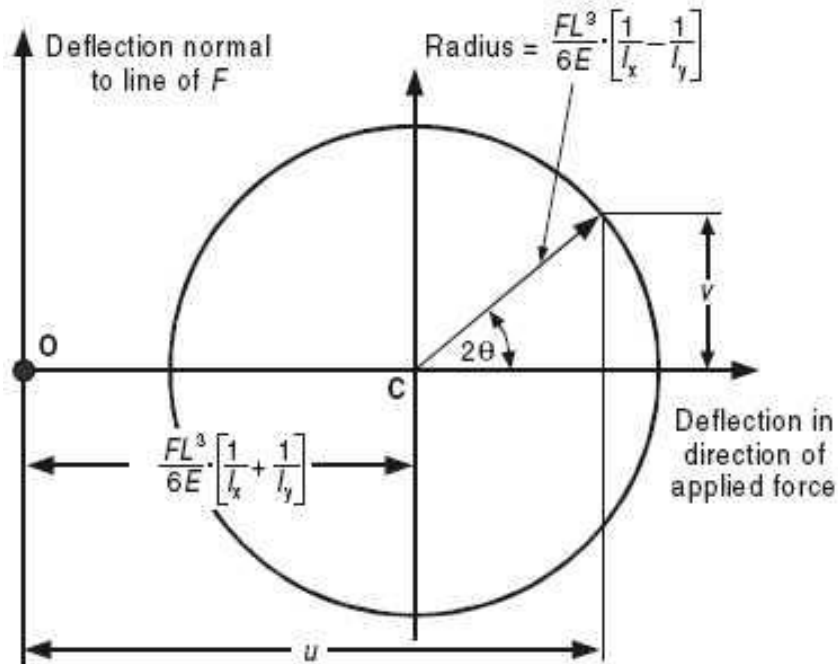


Figure 5 Mohr's Circle의 단면 2차 모멘트

또한, 응력분석에 있어 Mohr's Circle은 캔틸레버의 처짐에 대해 알 수 있는 특별한 도해적 방법이다. 기본적으로 처짐량을 계산하기 위해서는 축의 단면 2차 모멘트와 인장각도가 필요하며, 역으로 Mohr's Circle을 통해 U, V방향의 처짐으로부터 단면 2차 모멘트를 구할 수 있다.

#### ■ 실험순서

- ① 보 및 디지털 변위계를 실험대에 고정시킨다
- ② 재하용 추의 하중을 100 g 씩 최대 500 g 까지 증가 시킨다
- ③ 디지털 변위계 상의 결과를 기록한다
- ④ 상부 척의 수동핸들을 풀고 시험체(보)를 시계방향으로 22.5° 회전시킨 뒤 고정한다
- ⑤ 시험체를 180° 까지 회전시켜 반복 측정하며 결과를 기록한다
- ⑥ 디지털 변위계의 값과 아래의 관계식을 이용하여 U, V값을 구한다

$$U = \frac{(\text{Left Dial} + \text{Right Dial})}{\sqrt{2}}$$

$$V = \frac{(\text{Left Dial} - \text{Right Dial})}{\sqrt{2}}$$

- ⑦  $dU/dP$ 와  $dV/dP$ 의 그래프를 그리고, 표에 값을 작성한다

각 헤드의 각도를  $dU/dP$  와  $dV/dP$ 의 값으로 나타내기 위하여 Mohr's Circle의 데이터를 사용하며, 원형을 형성하는 점들은 기형의 원을 그리고 점들의 최대값 혹은 원형 두 점의 평균값도 포함된다.

Mohr's Circle에서의 단면 2차 모멘트 관계식은 아래와 같다.

$$I_x = \frac{L^3}{3E(OC + R)}$$

$$I_y = \frac{L^3}{3E(OC - R)}$$

$L$  = 유효길이 (0.47 m)

$E$  = Young's modulus (69 Gpa, Aluminium)

$OC$  = 원점에서 Mohr's Circle 중심까지의 거리 ( $mN^{-1}$ )

$R$  = Mohr's Circle의 반지름 ( $mN^{-1}$ )

**Table 1 Mass - Load Conversion**

Mass (Grams)	Load (Newtons)
100	0.98
200	1.96
300	2.94
400	3.92
500	490

**Table 2 비대칭 힘 실험 결과**

헤드각도 : 0°					헤드각도 : 22.5°				
Mass (Grams)	Left Dial	Right Dial	U	V	Mass [mg]	Left Dial	Right Dial	U	V
100					100				
200					200				
300					300				
400					400				
500					500				

헤드각도 : 45°					헤드각도 : 67.5°				
Mass (Grams)	Left Dial	Right Dial	U	V	Mass [mg]	Left Dial	Right Dial	U	V
100					100				
200					200				
300					300				
400					400				
500					500				

헤드각도 : 90°					헤드각도 : 112.5°				
Mass (Grams)	Left Dial	Right Dial	U	V	Mass [mg]	Left Dial	Right Dial	U	V
100					100				
200					200				
300					300				
400					400				
500					500				

헤드각도 : 135°					헤드각도 : 157.5°				
Mass (Grams)	Left Dial	Right Dial	U	V	Mass [mg]	Left Dial	Right Dial	U	V
100					100				
200					200				
300					300				
400					400				
500					500				

헤드각도 : 180°				
Mass (Grams)	Left Dial	Right Dial	U	V
100				
200				
300				
400				
500				

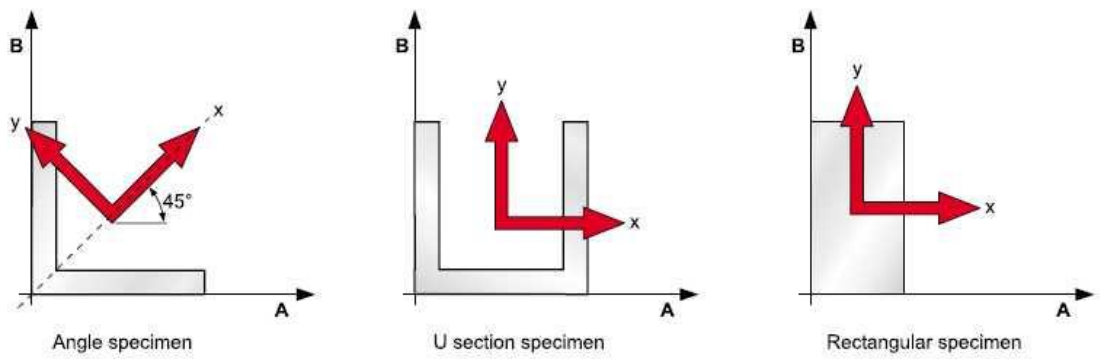


Figure 6 보의 단면 형상에 따른 대칭축

$I_A$  과  $I_B$  는 원래의 단면 2차모멘트( $I_x, I_y$ ) 기준 축이 항상 단면의 대칭축이기 때문에 같게 된다. (Figure 6) 그러나 단면이 대칭이 아니거나 A와 B의 축이 같은 공간에서 대칭이 아닌 경우 단면 2차 모멘트를 다르게 구해야 한다.

L형 단면의 경우 A 와 B 축에서 45° 대칭 시켜 실험하고 단면2차모멘트  $I_A$  and  $I_B$  를 구한다. 즉, 단면이 L 이나 Z 와 같이 대칭이 이뤄지지 않을 때에는 원래의 축이 어디인지 알 수 없다. 이런 경우 임의의 축 A와 B의 위치를 찾기 위해 Mohr's Circle을 이용하여 단면2차 모멘트를 찾는다. 아래의 방법을 이용하면 단면의 형태에 관계없이  $I_A, I_B, I_{AB}$ 를 구할 수 있다.

Mohr's Circle을 그리기 위해 아래의 방법을 따라 계산한다.

- i. 단면 'L'의 길이를 측정하고  $I_A, I_B, I_{AB}$  구한다(단면상승모멘트)
- ii. 수평축은 단면2차모멘트, 수직 축은 단면상승모멘트로 설정한다  
( $I_A$  와  $I_{AB}$  의 교차지점을 점 X로,  $I_B$  와  $-I_{AB}$ 의 교차지점을 점 Y로 한다)
- iii. 점 X와 점 Y를 연결했을 때 중심점을 C라고 놓고, 점 C를 중심으로 하는 반지름 CY인 원을 그린다
- iv. 원과 수평축의 교차지점인 두 점은 단면2차 모멘트  $I_x$ 와  $I_y$ 의 값이다.
- v. 점 X와 점 Y를 연결하여 수평축으로부터 기울어진 각도를 측정한다. (단면은 "L", 이것의 수직선은 90도이어야 한다)  
이때, A와 B의 축은 기준축의 위치이다. 측정된 각도/2 (단면은 "L", 각도는 45도)

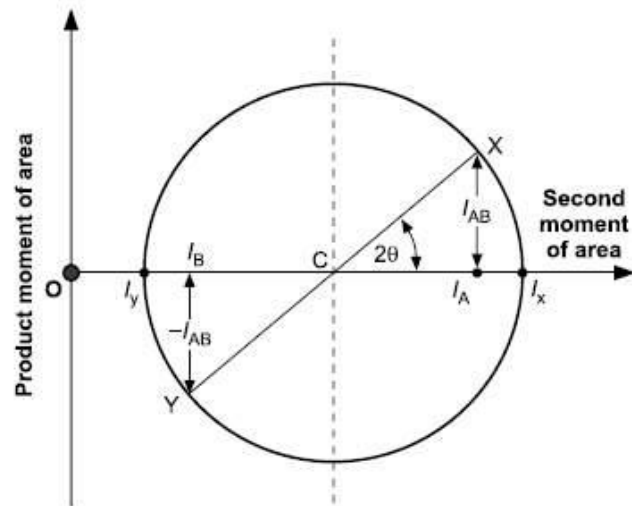
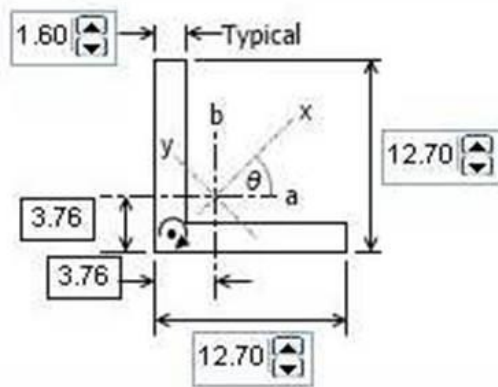


Figure 7 단면 2차 모멘트를 위한 Mohr's Circle



Specimen Length : 470 mm

Second moments of area and  
principal 2nd moments of area:

Theoretical position of shear centre S  
(relative to major axis): 0.00 mm

(All section dimensions are in mm)

Figure 8 시편

Table 3 캔틸레버의 비대칭 휨

재하각 [°]	$dU/dP$ [ $10^{-6}mN^{-1}$ ]	$dV/dP$ [ $10^{-6}mN^{-1}$ ]
0		
22.5		
45		
67.5		
90		
112.5		
135		
157.5		
180		



Table 4 단면 2차 모멘트의 'Mohr's Circle'을 통한 실험값'과 '이론값' 비교

형상	구분	실험 ( $m^4$ )	이론 ( $m^4$ )
'L'형 단면	$I_x$		
	$I_y$		

5. 실험 방법 (실험2 – 전단 중심)

■ 실험순서

- ① 보 및 디지털 변위계를 실험대에 고정시킨다
- ② 움직도르레를 한쪽 끝부터 반대쪽 끝으로 옮겨가며 동일 하중에서 편심에 따른 시편의 비틀림을 측정한다
- ③ 디지털 변위계 상의 결과를 기록한다
- ④ 이론치와 실측치를 비교한다

Table 5 편심하중에 따른 비틀림 측정 (200g)

편심 (mm)	Left Dial (mm)	Right Dial (mm)
-25		
-20		
-15		
-10		
-5		
0		
5		
10		
15		
20		
25		

## 6. 레포트 작성

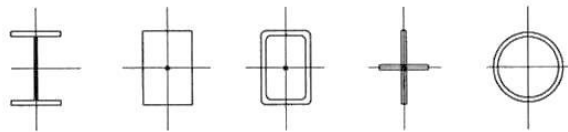
- ✓ 재하각에 따른 하중량 처짐량 그래프
- ✓ 단면 2차 모멘트의 실측값과 이론값 그래프 (Mohr's Circle)
- ✓ 편심 하중에 의한 비틀림 그래프
- ✓ (선택) 'L' 형 단면에 대한 전단 중심 위치 도출
- ✓ 해당 실험에 대한 전반적인 고찰 및 결론

## 7. 실험 이론

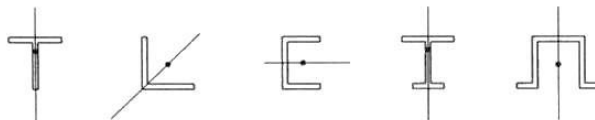
- ✓ 도형의 단면 2차 모멘트

단면의 성질은 단면의 치수 및 형상에 따른 단면의 구조적 성능을 말하며 재료와는 상관없이 단면의 치수 및 형상에 의해 결정되며, 단면 1차 모멘트(면적 모멘트)는 단면의 미소면적  $dA$  에  $x$ 축 또는  $y$ 축까지의 거리를 전체 단면에 걸쳐 합한 값이다.

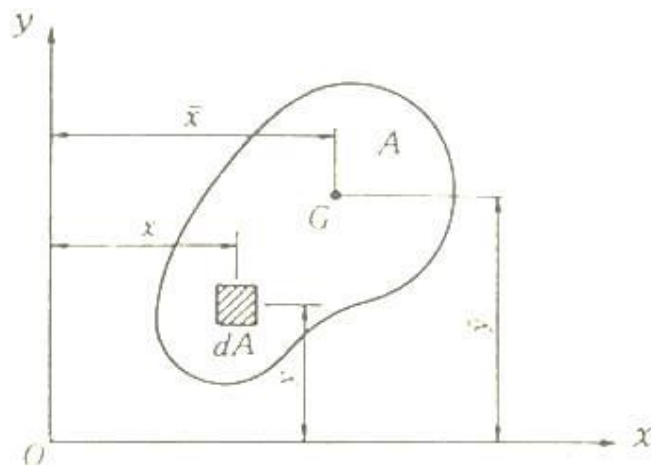
$$M_x = \int y dA, \quad M_y = \int x dA$$

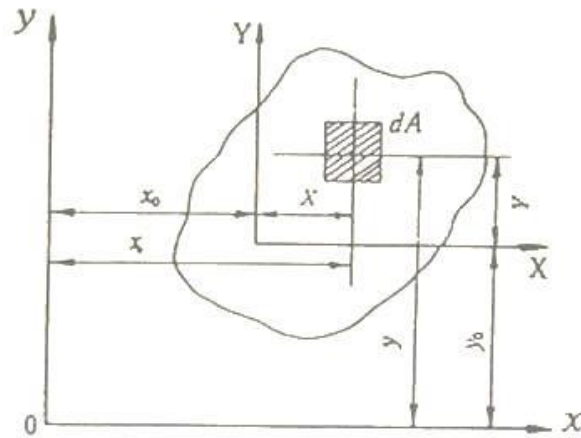


(a) 2축 대칭단면



(b) 1축 대칭단면





어떤 축을 회전하고 있는 물체는 계속해서 그 축을 회전하려고 하는데 그 관성의 크기를 나타내는 양을 관성 능률이라 하며, 굽힘을 받는 보나 기둥의 설계에 이용된다. 평면을 구성하는 각각의 축에서 미소면적에 이르는 거리를 제곱한 값에 미소면적을 곱하여 전단면에 대해 적분하여 그 값을 나타낸다. 아래의 식은 2차 관성모멘트 및 관성곱을 나타낸 식이다.

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA, \quad I_{xy} = \int_A xy dA$$

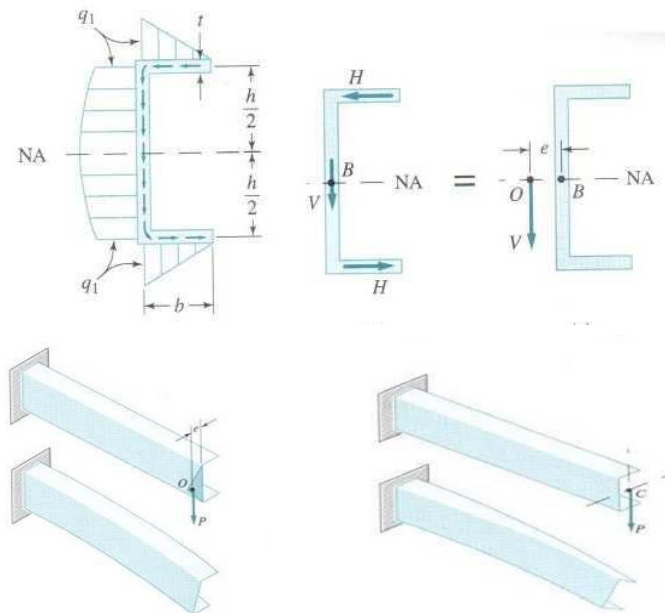
평면의 면적  $A$ 가 부분면적  $A_1, A_2, A_3, \dots$ 로 나누어 질 때, 한 축에 관한 면적  $A$ 의 관성모멘트는 그 축에 관한 부분 면적들의 관성모멘트 합에 의해 구해질 수 있다. 이를 복합면적법이라 한다.

✓ 전단중심

단일 대칭축을 가진 얇은 두께 단면의 굽힘을 생각해 볼 때, 그림과 같이 단면에 작용하는 수직 전단력  $V$ 에 의해 야기되는 전단류를 생각할 수 있다. 웨이브에서 전단류의 합력은 단면에 작용하는 수직전단력  $V$ 와 같다. 플랜지에서의 힘  $H$ 는 크기  $Hh$ 인 짝힘을 이루므로 하중계는 점  $O$ 를 지나 작용하는 정역학적 등가인 힘  $V$ 로 대체된다.  $O$ 의 위치는 임의의 점에 대한 두 하중계의 모멘트가 항상 같아야 된다는 조건으로부터 구해진다.  $B$ 를 모멘트 중심으로 취하면,  $Hh = Ve$  가 되며,

$$e = \frac{Hh}{V} = \frac{h^2 b^2 t}{4I}$$

로 정리할 수 있다.



만일 하중이 이 조건을 만족하지 못하면, 굽힘은 비틀림을 동반한다.

8. 작성 시 참고사항

- 보고서는 반드시 공지된 실험보고서 양식을 기초로 할 것
- 보고서는 해당 교안 '6. 레포트 작성'의 내용을 포함 할 것
- 보고서 제출 기한은 실험 후 1주일까지
- 보고서 제출 시 파일명을 '힘과전단\_A분반\_1조\_32110000\_이름'과 같은 양식으로 할 것 (E-mail 제목 및 파일명 동일)
- E-mail 제출 시 '대용량 메일' 및 '드라이브 연동 메일' 지양할 것